RECUPERACIÓN DERIVADAS

1.- Aplicando la definición de derivada, calcula la función derivada de $f(x) = 2x^2 - 1$
¿Cuánto vale *f'(-1)*? (1,5 puntos)

2.- Calcula las derivadas de las siguientes funciones: (3 puntos)

a) $y = \ln(\cos x + sen\ x)$

b) $y = 2^{-3x} \cdot tg\ x$

c) $y = \sqrt[3]{3 + \ln 2x}$

3.- Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \ln(x+1)$ en el punto de abscisa $x = 0$. (1,5 puntos)

4.- Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$

a)¿Cuál es su dominio?
b) Halla sus asíntotas
c) Estudia el crecimiento y halla sus puntos singulares.
d) Halla los puntos de corte con los ejes.
e) Represéntala gráficamente. (4 puntos)

SOLUCIONES

1.- $f'(x) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \dfrac{2(x+h)^2+1-(2x^2+1)}{h} =$

$= \lim_{h\to 0} \dfrac{2(x^2+h^2+2xh)+1-2x^2-1}{h} = \lim_{h\to 0} \dfrac{2x^2+h^2+4xh+1-2x^2-1}{h} = \lim_{h\to 0} \dfrac{h^2+4xh}{h} =$

$= \lim_{h\to 0} \dfrac{h(h+4x)}{h} = \lim_{h\to 0}(h+4x) = 4x$ $\qquad f'(-1) = 4(-1) = -4$

2.- a) $y = \ln(\cos x + sen\, x)$ $\qquad y' = \dfrac{1}{\cos x + sen\, x}\cdot(-sen\, x + \cos x) = \dfrac{\cos x - sen\, x}{\cos x + sen\, x}$

b) $y = 2^{-3x}\cdot tg\, x$

$y' = 2^{-3x}\cdot \ln 2\cdot(-3)\cdot tg\, x + 2^{-3x}\cdot\left(1+tg^2 x\right) = 2^{-3x}\left(-3\ln 2\cdot tg\, x + 1 + tg^2 x\right)$

c) $y = \sqrt[3]{3+\ln 2x}$ $\qquad y' = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{(3+\ln 2x)^2}}\left(\dfrac{2}{2x}\right) = \dfrac{1}{6x\sqrt[3]{(3+\ln 2x)^2}}$

3.- $y = \ln(x+1)$ recta tangente en $x = 0$

ecuación de la recta tangente: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$x_0 = 0 \Rightarrow f(x_0) = f(0) = \ln(0+1) = \ln 1 = 0$

$f'(x) = \dfrac{1}{x+1} \Rightarrow f'(x_0) = f'(0) = \dfrac{1}{0+1} = 1$

$y - 0 = 1(x-0) \Rightarrow y = x$ ecuación pedida

4.- $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ Función racional

a) **Dominio**: $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ $\quad$ Dominio $= R - \{1\}$

b) **Asíntotas**

Verticales: x = 1 $\rightarrow$ $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2+3}{x-1} = \dfrac{4}{0} = \infty \left\langle \begin{array}{l} \lim_{x\to 1^-} \dfrac{x^2+3}{x-1} = \dfrac{4}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x\to 1^+} \dfrac{x^2+3}{x-1} = \dfrac{4}{0^+} = +\infty \end{array} \right.$

Horizontales: $\lim_{x\to\infty} \dfrac{x^2+3}{x-1} = \infty$ no tiene, tiene asíntota oblicua, ya que el grado del numerador es 1 más que el del denominador

Oblicua: dividimos

$$\begin{array}{r|l} x^2 \qquad\quad +3 & x-1 \\ \cline{2-2} \boxed{} \qquad & x+1 \\ \hline x+3 & \\ -x+1 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

A.O. $y = x+1$

c) Crecimiento, máximos y mínimos: $y' = \dfrac{2x(x-1)-(x^2+3)}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$

$$x^2-2x-3=0 \Rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{2}=\left\langle\begin{matrix}3\\-1\end{matrix}\right.$$

Sg(f')	+	-1	-	1	-	3	+
f es	creciente	MÁX	decreciente	A.V.	decreciente	MIN	creciente

Máximo en (-1,-2) y Mínimo en (3,6)

Puntos de corte con los ejes:

Eje OY: $x=0 \Rightarrow y=\frac{0+3}{0-1}=-3$

Eje OX: $\frac{x^2+3}{x-1}=0 \Rightarrow x^2+3=0 \Rightarrow x^2=-3 \rightarrow x=\pm\sqrt{-3}$ **no corta**